

Curso profissional

de Técnico de Gestão de Equipamentos Informáticos e de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos

Matemática - 12ºANO

Ano lectivo: 2016/2017

PLANIFICAÇÃO

Módulo A7 – Probabilidade

Conteúdos	Objetivos de aprendizagem	Competências visadas	Orientações metodológicas	Avaliação	Nº blocos
<p>1. Introdução ao estudo das probabilidades.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experiência aleatória. Espaço de resultados. Acontecimentos. • Operações com acontecimentos. Acontecimentos incompatíveis e acontecimentos contrários. • Regra ou lei de Laplace. • Lei de Laplace e regra do produto. <p>2. Modelos de Probabilidade.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modelos de probabilidade. • Variável aleatória e distribuição de probabilidade. • Valor médio e desvio-padrão de uma distribuição de probabilidade. • Propriedades da probabilidade. 	<ul style="list-style-type: none"> • Saber calcular a probabilidade de alguns acontecimentos a partir de modelos propostos. • Identificar acontecimentos em espaços finitos. • Mostrar a utilidade das árvores de probabilidades como instrumento de organização de informação quando se está perante uma cadeia de experiências aleatórias. • Ilustrar a forma de cálculo de probabilidades de acontecimentos utilizando uma árvore de probabilidades. 	<ul style="list-style-type: none"> • Compreensão da diferença entre fenómeno determinístico e fenómeno aleatório. • Construção de modelos de probabilidade para situações simples em que se admita como razoável o pressuposto de simetria ou equilíbrio. • Apreensão das propriedades básicas de uma função massa de probabilidade. • Compreensão da noção de probabilidade condicional. • Conhecimento das propriedades da probabilidade e sua utilização no cálculo da probabilidade de acontecimentos. 	<ul style="list-style-type: none"> • A sensibilização dos estudantes para a distinção entre fenómeno aleatório e não aleatório deverá ser desenvolvida através de exemplos de fenómenos físicos com leis determinísticas (como a queda de um grave, movimento de um pêndulo,...) e de exemplos de fenómenos que se podem considerar aleatórios devido à grande complexidade das leis físicas subjacentes (movimento de um dado ao ser lançado, movimento das partículas numa nuvem de pó, temperatura máxima observada numa data futura,...). Os modelos de probabilidade surgirão assim como uma boa solução para a modelação de fenómenos aleatórios. • Os modelos de probabilidade mais simples são os que descrevem os chamados “jogos de azar”. Aqui é quase sempre possível encontrar um espaço de resultados para cujos elementos, à partida, não se tem razão para admitir que não tenham igual probabilidade de ocorrer. • Apresentação da Regra de Laplace como regra de cálculo de probabilidades em espaços finitos e equiprováveis. • Recorrendo à Regra do Produto, os estudantes deverão ser também capazes de modelar experiências aleatórias um pouco mais complexas, que envolvam o encadeamento de experiências elementares. • Segue-se a apresentação formal de <i>modelo de probabilidade</i>, no caso muito particular em que o espaço de resultados é finito e contido no conjunto dos números reais. A <i>função massa de probabilidade ou distribuição de probabilidade</i> é aqui o elemento básico de trabalho e o estudante deverá compreender a sua utilidade e conhecer bem as suas propriedades. Definindo <i>acontecimento</i>, neste caso particular, como sendo qualquer dos subconjuntos do espaço de resultados, o professor deverá aproveitar a oportunidade para ilustrar, através de exemplos, algumas das propriedades da probabilidade (probabilidade da união, do complementar e da diferença). 	<p>Os alunos serão avaliados ao longo deste módulo nos termos dos Critérios de Avaliação do Departamento.</p>	<p>15</p>

Módulo A7 – Probabilidade (continuação)

Conteúdos	Objetivos de aprendizagem	Competências visadas	Orientações metodológicas	Avaliação	Nº blocos
<p>3. Probabilidade condicional. Acontecimentos Independentes.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Probabilidade condicionada. • Resolução de problemas usando a probabilidade condicionada. • Acontecimentos independentes. <p>4. Modelo Normal.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propriedades do Modelo Normal. • O Modelo Normal e a calculadora. 	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular probabilidades com base na família de modelos Normal recorrendo ao uso de uma tabela da função de distribuição de uma <i>Normal Standard</i> ou, em alternativa, utilizando a calculadora. 	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecimento do modelo Normal ou Gaussiano e suas propriedades. • A capacidade de apresentar de forma clara, organizada e com aspecto gráfico cuidado os trabalhos escritos, individuais ou de grupo, quer seja pequenos relatórios, monografias, etc. 	<ul style="list-style-type: none"> • No tópico de <i>probabilidade condicional</i>, sugere-se que esta noção comece por ser dada de forma intuitiva, recorrendo a exemplos com cadeias de acontecimentos, onde o resultado obtido numa certa fase afecte de forma conhecida a probabilidade de ocorrência de acontecimentos decorrentes da fase seguinte (ao retirar bolas de uma urna sucessivamente, sem reposição, a composição da urna altera-se e a probabilidade de se retirar certo tipo de bola depende dos tipos que saíram nas extracções anteriores). Deve-se pedir aos estudantes que calculem a probabilidade de ocorrência de cadeias simples de acontecimentos aproveitando para lhes propor <i>esquemas em árvore</i> como forma de organização da informação disponível. A partir de informação registada numa tabela de contingência os estudantes deverão ser capazes de calcular correctamente probabilidades condicionais. A definição de probabilidade condicional poderá então ser apresentada começando por representar a informação da tabela num <i>diagrama de Venn</i>. • No último tópico deste módulo, “Modelo Normal”, pretende-se que o estudante tome conhecimento de um dos modelos mais importantes, tanto para a modelação de fenómenos aleatórios como para estudos estatísticos de natureza inferencial. Este é um modelo cujo suporte é todo o conjunto dos números reais e deverá ser introduzido recorrendo a um enunciado simplificado do Teorema do Limite Central. Deverão ser referidas as principais características de um modelo Normal ou Gaussiano e o estudante deverá saber calcular probabilidades com base nesta família de modelos, utilizando, quer uma tabela da função de distribuição de uma <i>Normal Standard</i> quer a máquina de calcular. 		

Módulo A9 – Funções de Crescimento

Conteúdos	Objetivos de aprendizagem	Competências visadas	Orientações metodológicas	Avaliação	Nº blocos
<p>1. Funções de Crescimento.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Motivação: estudo de situações reais de outras áreas científicas. • Função exponencial de base superior a um. <ul style="list-style-type: none"> • Estudo das propriedades analíticas e gráficas da família de funções definidas por: $f: x \rightarrow a^x, a > 1$ • Regras operatórias das funções exponenciais. • Crescimento exponencial. • Função logarítmica de base a, com $a > 1$. Logaritmo de um número. <ul style="list-style-type: none"> • Logaritmo de um número. • Função logarítmica. • Regras operatórias de logaritmos. • Comparação de crescimento de funções. • Função logística. <ul style="list-style-type: none"> • Propriedades da função logística: $f: x \rightarrow \frac{a}{b+ce^{kx}}, k < 0$ • Comparação de crescimento de funções. • Resolução de equações e inequações no contexto de resolução de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer e dar exemplos de situações em que os modelos exponenciais sejam bons modelos quer para o observado quer para o esperado. • Usar as regras das exponenciais e as calculadoras gráficas ou um computador para encontrar valores ou gráficos que respondam a possíveis mudanças nos parâmetros. • Interprete uma função e prediga a forma do seu gráfico. • Descrever as regularidades e diferenças entre padrões lineares, quadráticos, exponenciais, logarítmicos e logísticos. • Obter formas equivalentes de expressões exponenciais. • Definir o número e (segunda definição) e logaritmo natural. • Resolver equações simples usando exponenciais e logaritmos (no contexto da resolução de problemas). 	<ul style="list-style-type: none"> • A aptidão para fazer e investigar matemática recorrendo à modelação com uso das tecnologias. • A aptidão para elaborar, analisar e descrever modelos para fenómenos reais utilizando modelos de crescimento não linear. • A aptidão para representar relações funcionais de vários modos e passar de uns tipos de representação para os outros, usando regras verbais, tabelas, gráficos e expressões algébricas e recorrendo, nomeadamente, à tecnologia gráfica. • A capacidade de comunicar oralmente e por escrito as situações problemáticas e os seus resultados. • A aptidão para usar equações e inequações como meio de representar situações problemáticas e para resolver equações, inequações e sistemas, assim como para realizar procedimentos algébricos. • A capacidade de apresentar de forma clara, organizada e com aspecto gráfico cuidado os trabalhos escritos, individuais ou de grupo, quer seja pequenos relatórios, monografias, etc. 	<ul style="list-style-type: none"> • As funções de crescimento aparecem como uma forma de organizar possíveis resoluções para problemas que são apresentadas, com base em aspetos da realidade e em aspetos do estudo das diversas ciências (Matemática incluída). O estudo das funções pode e deve servir para evidenciar conexões entre a matemática e as diversas disciplinas: a introdução e o trabalho das funções de crescimento e das suas propriedades podem ser feitas propondo vários problemas. Exemplos sugestivos podem versar assuntos diversos: da Biologia – por exemplo, crescimento de uma dada população, da Química – a desintegração radioativa, da propagação de ruídos (boatos), de manchas de poluição, do desenvolvimento florestal, etc. • Os estudantes podem reconhecer o logaritmo como solução de equações exponenciais e a função logarítmica como inversa da exponencial. • Problemas como “A construção da barragem” permitirão que o estudante reencontre o conceito de limite e de assíntota. 	<p>Os alunos serão avaliados ao longo deste módulo nos termos dos Critérios de Avaliação do Departamento.</p>	<p>20</p>

Módulo A9 – Funções de Crescimento (continuação)

Conteúdos	Objetivos de aprendizagem	Competências visadas	Orientações metodológicas	Avaliação	Nº blocos
<p>2. Resolução de problemas onde seja necessário escolher o modelo de funções mais adequado à descrição da situação.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver, pelo método gráfico, inequações simples usando as funções exponenciais, logarítmicas e logísticas (no contexto da resolução de problemas). • Resolver problemas simples e de aplicação usando diferentes modelos de funções de crescimento 	<ul style="list-style-type: none"> • A sensibilidade para entender o uso de funções como modelos matemáticos de situações do mundo real, em particular nos casos em que traduzem situações de crescimento não linear. • A capacidade de usar uma heurística para a resolução de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Tarefas como “Sismos na Internet” permitirão que o estudante reconheça propriedades dos logaritmos e estude, aplicada a esta função, a taxa de variação num ponto. • Finalmente uma tarefa do tipo da “Evolução da população portuguesa” que permite encontrar a função logística que é o modelo possível de variadas situações, já estudadas em outras disciplinas. 		

Módulo A6 – Taxa de Variação

Conteúdos	Objetivos de aprendizagem	Competências visadas	Orientações metodológicas	Avaliação	Nº blocos
<p>1. Taxa de variação</p> <ul style="list-style-type: none"> • Taxa de variação média: noção e cálculo • Interpretação geométrica e física das taxas de variação (média e num ponto). • Taxas de variação com funções polinomiais, racionais e trigonométricas simples. • Relações entre valores e sinais das taxas de variação e comportamento dos gráficos das funções (monotonia, ...) <p>2. Resolução de problemas onde seja necessário escolher o modelo de funções mais adequado à descrição da situação</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Apropriar alguns conceitos e técnicas associadas que utilizem como “ferramentas” na resolução de problemas que envolvam variações. • Interpretar física e geometricamente os conceitos de taxa média de variação (e a um nível ainda que intuitivo) da taxa de variação num ponto. • Utilizar simultaneamente os estudos, gráficos, numéricos e analíticos de funções, para conjecturar e provar resultados. • Analisar efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos de funções e nas respetivas taxas de variação. • Estudar o comportamento das funções estudadas na sua relação com valores e sinais das taxas de variação em pontos do domínio. • Construir e interpretar modelos para situações reais utilizando diversos tipos de funções que evidenciem a diferença de comportamento entre os diversos tipos de funções utilizando cálculos das taxas de variação com recurso à calculadora gráfica ou ao computador. 	<ul style="list-style-type: none"> • A aptidão para fazer e investigar matemática recorrendo à modelação com uso das tecnologias. • A aptidão para elaborar, analisar e descrever modelos para fenómenos reais utilizando funções polinomiais, racionais e trigonométricas. • A capacidade de comunicar oralmente e por escrito as situações problemáticas e os seus resultados. • A capacidade de apresentar de forma clara, organizada e com aspeto gráfico cuidado os trabalhos escritos, individuais ou de grupo sob a forma de pequenos relatórios. • A capacidade de usar uma heurística para a resolução de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> • O estudante deverá compreender e explicar a razão para uma função linear ser um bom modelo de estudo das variações da distância em função do tempo no movimento de um objeto que se move em linha reta com velocidade constante devendo saber explicar o significado dos diversos parâmetros nos modelos desse tipo. <p>Do mesmo modo, para um móvel que não se desloque a velocidade constante mas com aceleração constante (tal como a queda de um objeto sob a influência da gravidade e ignorando a resistência do ar) o estudante deve encontrar, como modelo matemático apropriado, a função quadrática devendo também compreender o significado de uma velocidade negativa.</p> <ul style="list-style-type: none"> • O estudante deverá compreender os conceitos de taxa média de variação, taxa de variação e sua interpretação geométrica, bem como o conceito de velocidade média num dado intervalo de tempo e de velocidade instantânea relacionando-os com os respetivos significados geométricos. A utilização da calculadora será de grande utilidade. 	<p>Os alunos serão avaliados ao longo deste módulo nos termos dos Critérios de Avaliação do Departamento.</p>	<p>19</p>

Módulo A10 – Otimização

Conteúdos	Objetivos de aprendizagem	Competências visadas	Orientações metodológicas	Avaliação	Nº blocos
<p>1. Resolução de problemas envolvendo taxas de variação e extremos de funções de famílias já estudadas, com recurso á calculadora gráfica.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Taxa de variação média num instante. • Taxa de variação num ponto. • Sinais das taxas de variação e monotonia da função. • Zeros da taxa de variação e extremos da função. <p>2. Resolução de problemas de programação linear.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar os estudos, gráfico, numérico e analítico de funções. • Relacionar os efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos de funções e as respetivas taxas de variação. • Reconhecer numérica e graficamente a relação entre o sinal da taxa de variação e a monotonia de uma função. • Reconhecer a relação entre os zeros da taxa de variação e os extremos de uma função. • Resolver problemas de aplicações simples envolvendo a determinação de extremos de funções racionais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. • Reconhecer que diferentes situações podem ser descritas pelo mesmo modelo matemático. • Resolver numérica e graficamente problemas simples de programação linear. 	<ul style="list-style-type: none"> • A aptidão para fazer e investigar matemática recorrendo à modelação com uso das tecnologias. • A aptidão para elaborar, analisar e descrever modelos para fenómenos reais utilizando funções já estudadas. • Aptidão para reconhecer sobre os modelos os valores ótimos para cada situação e capacidade para tomar boas decisões. • A capacidade de comunicar oralmente e por escrito as situações problemáticas e os seus resultados. • A capacidade de apresentar de forma clara, organizada e com aspeto gráfico cuidado os trabalhos escritos, individuais ou de grupo, quer seja, pequenos relatórios, monografias, etc. • A capacidade de usar uma heurística para a resolução de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Um problema como aquele em que se atira uma pedra ao ar e a altura em função do tempo é dada por uma quadrática permite aos estudantes determinar a taxa de variação num instante qualquer, já foi estudada, mas pode agora ser aprofundada a sua análise, investigando a relação entre a forma do gráfico e os sinais dos declives das retas tangentes. • Este tipo de exploração pode ser levado até à análise dos extremos. Por exemplo, traçando a parábola e a reta derivada eles confirmarão que para os valores de t em que a segunda é negativa a primeira decresce, bem como para aqueles em que a segunda é positiva a primeira cresce e que no zero da afim encontrarão o extremo da quadrática. Problemas do tipo da determinação do volume máximo de uma caixa feita a partir de uma folha de papel, ou outros, constituem oportunidades análogas. • O mesmo tipo de exploração aparece no contexto de situações problemáticas simples, como aquela em que o volume de um sólido é dado por uma função cúbica. Editando na calculadora as funções: $y_1 = ax^3 + bx^3 + cx + d$ $y_2 = \frac{y_1(x+0,0000001) - y_1(x)}{0,0000001}$ onde y_2 é a função dos declives das retas secantes para todo o x quando a amplitude do intervalo é $h = 0,0000001$. Considera-se esta abordagem preferível ao recurso da derivação numérica através do uso da calculadora, uma vez que desta forma se pode manter presente o conceito de taxa de variação e permitir comparar os dois gráficos, estudar a influência do valor de h e procurar o extremo da primeira função através da mudança de sinal e zero da segunda. • Este modo de proceder pode ser adotado no estudo da monotonia das funções exponenciais e logarítmicas. Com este método, os estudantes podem até compreender que a taxa de variação instantânea de uma função exponencial é proporcional ao valor da função no ponto considerado e interpretar isto como um crescimento relativo constante. 	<p>Os alunos serão avaliados ao longo deste módulo nos termos dos Critérios de Avaliação do Departamento</p>	<p>18</p>

Módulo A10 – Otimização (continuação)

Conteúdos	Objetivos de aprendizagem	Competências visadas	Orientações metodológicas	Avaliação	Nº blocos
	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer o contributo da matemática para a tomada de decisões, assim como as suas limitações. 		<ul style="list-style-type: none"> • Os problemas de programação linear a colocar apresentam os constrangimentos característicos de cada situação de produção e um objetivo (máximo ou mínimo de uma função objetivo) a ser alcançado com o maior êxito nas condições existentes. • Pretende-se familiarizar os estudantes com situações de gestão e desenvolver competências para tomar decisões boas em termos de planeamento (da produção, por exemplo) que podem ter a ver com maximizar lucros, minimizar custos ou consumos, etc. • Na aula de Matemática poderão tratar-se problemas simples com características idênticas. Assim cada exemplo tratará de maximizar ou minimizar uma determinada quantidade (função objetivo) tendo-se em conta certas limitações ou constrangimentos. • No fundo, trata-se de colocar aos estudantes situações de trabalho em que seja marcante a utilidade do planeamento e benéfica a colaboração da matemática para tomar decisões em empresas ou coletivos de trabalhadores. 		